

## ZOSTAVENIE ALGORITMU FILTROVANIA S RÔZNYMI FUNKCIAMI

Jana BORŽÍKOVÁ<sup>1</sup> - Jozef MIŽÁK<sup>2</sup>

**Abstract:** The paper describes filtration algorithm with using moving weighed mean. Next there are compared different methods of weigh calculation, transient response such filters and finally, there are presented first results. Filter is suitable for obtaining long-lasting trend functions of measured data, where values are affected by random deviations.

**Abstrakt:** V článku je popísaný algoritmus filtrovania s využitím klzavého váženého priemeru, ďalej porovnané rôzne metódy výpočtu váh, prechodové charakteristiky takýchto filtrov a prezentujeme prvé výsledky filtrovania. Filter je vhodný pre zisťovanie dlhodobého trendu meraných hodnôt, v ktorých sú dáta ovplyvnené náhodnými chybami merania.

**Key words:** filtering, normal distribution function, control process

**Kľúčové slová:** filtrovanie, distribučná funkcia normálneho rozdelenia, riadenie

### ÚVOD

V článku „Využitie klzavého váženého priemeru na filtrovanie meraných údajov“ sme popisovali návrh možností filtrovania nameraných hodnôt. Bežne v praxi získaný signál zo snímača meranej veličiny obsahuje rušivé zložky, ktoré vznikajú priamo v meracom reťazci z fyzikálnej podstaty použitých prvkov a taktiež sa dostávajú do meracieho reťazca z okolitého prostredia. V snahe filtrovať tieto zarušené signály sme navrhli taký spôsob filtrovania, ktorý by bol vhodný z hľadiska požiadaviek, ktoré sú v článku uvedené.

V tejto práci si rozoberieme samotný algoritmus filtrovania a porovnáme, aký má vplyv na výsledné filtrovanie výpočet váh podľa rôznych prístupov.

### 1 VÝPOČET VÁH PRE KLZAVÝ VÁŽENÝ PRIEMER

Zarušenú aktuálnu hodnotu sme filtrovaním nahradili klzavým váženým priemerom počítaným z  $k$  predchádzajúcich hodnôt. Vážený aritmetický priemer sme počítali v tvare:

$$\bar{x}_w = \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots + x_k \cdot w_k}{w_1 + w_2 + \dots + w_k} \quad (1)$$

Výpočet váh sme realizovali viacerými spôsobmi, ktoré v príspevku navzájom porovnáme. Pri porovnávaní sme pre výpočet váh využili napríklad funkciu hustoty normálneho rozdelenia v tvare:

<sup>1</sup> PaedDr. Jana Boržíková, PhD, Technická univerzita v Košiciach, Fakulta výrobných technológií so sídlom v Prešove, Katedra matematiky, informatiky a kybernetiky, ul. Bayerova 1, 080 01 Prešov, jana.borzikova@tuke.sk

<sup>2</sup> Ing. Jozef Mižák, Technická univerzita v Košiciach, Fakulta výrobných technológií so sídlom v Prešove, Katedra matematiky, informatiky a kybernetiky, ul. Bayerova 1, 080 01 Prešov, jozef.mizak@tuke.sk



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

ktorú sme zjednodušili na tvar a počítali váhy

$$w(x) = e^{-\frac{(x-\mu)^2}{s}} \quad (3)$$

kde  $s$  definujeme ako citlivosť a  $\mu$  je posledný počítaný vážený priemer.

Ďalšia možnosť bola využiť mocninovú funkciu a váhy počítat podľa vzťahu

$$w(x) = 1 - \left| 1 - \frac{x}{\mu} \right|^s \quad (4)$$

kde  $s$  definujeme ako citlivosť a  $\mu$  je posledný počítaný vážený priemer.

A pre porovnanie sme testovali ešte možnosť využiť trojuholníkovú funkciu a počítali sme váhy podľa vzťahu:

$$w(x) = 1 - \left| \frac{x - \mu}{s} \right| \quad (5)$$

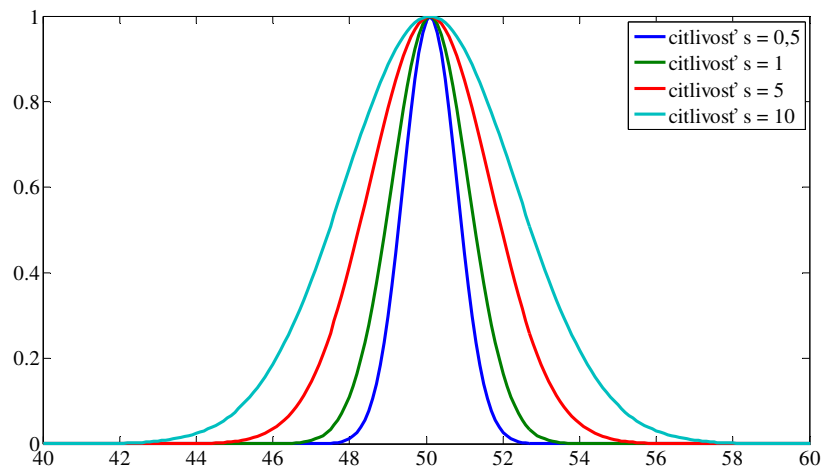
$s$  definujeme je citlivosť a  $\mu$  je posledný počítaný vážený priemer.

Na záver sme testovali zvonovú funkciu v tvare

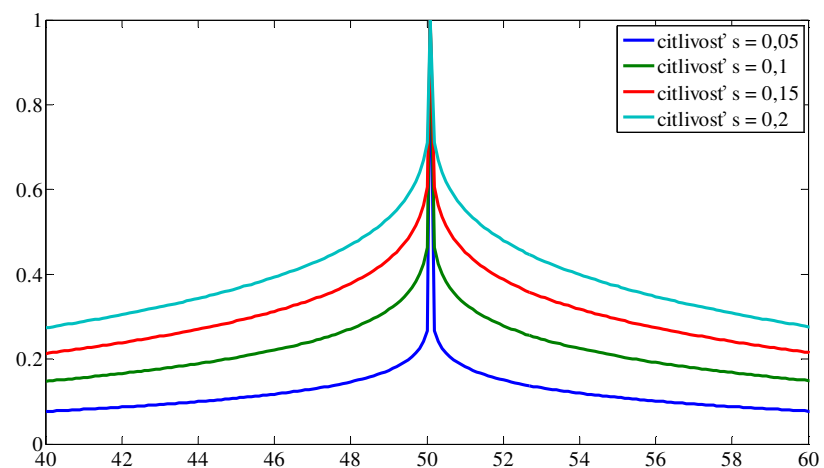
$$w(x) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - \mu}{s} \right|^2} \quad (6)$$

s rovnakými parametrami, t. j.  $s$  definujeme ako citlivosť a  $\mu$  je posledný počítaný vážený priemer.

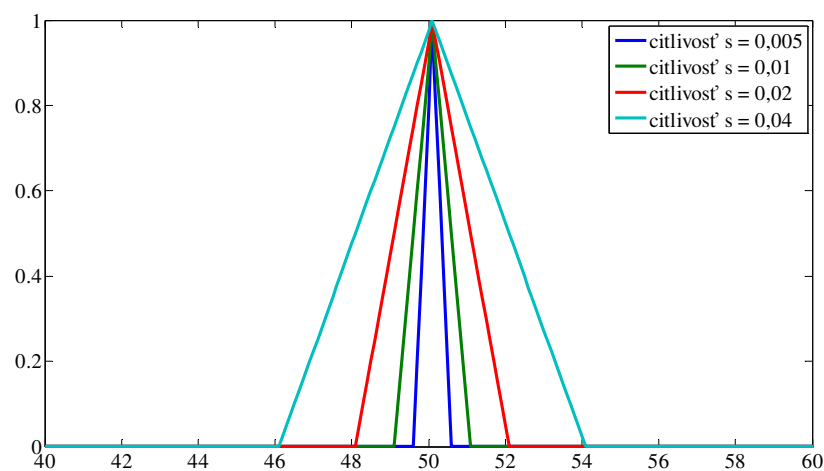
Na nasledovných obrázkoch môžeme porovnať, ako priradzuje filter váhy aktuálnym hodnotám v prípade využitia vzťahu (3), (4), (5) alebo (6). Volili sme  $\mu = 50$  a hodnoty  $x$  v okolí tohto bodu. Na obrázku 1 sú zobrazené váhy pomocou gaussovej funkcie. Z obrázku je zrejmé, že filtrovanie pomocou váh (3) priradzuje vysoké váhy blízko priemernej hodnote a veľmi nízke váhy hodnotám vzdialeným od priemernej hodnoty. Znižovaním citlivosti sa funkcia zužuje, t. j. prideluje vysoké váhy len hodnotám veľmi blízkym priemeru. Filtrovanie na obrázku (2) podľa vzťahu (4) sa nejavilo ako vhodné, lebo váhy blízke nule priradzuje len pri veľmi nízkej citlivosti, ktorá naopak veľmi reaguje na váhy blízko priemeru (funkcia má tvar „špičky“). Trojuholníková funkcia (obrázok 3) sa tiež ukazuje ako vhodná na filtrovanie. Ako uvidíme nižšie, pri filtrovaní zarušenej funkcie sínus má porovnateľné výsledky ako Gaussová a zvonová funkcia. A na obrázku 4 sledujeme poslednú porovnávanú funkciu, kde sú váhy počítané podľa vzťahu (6). Podobne ako Gaussova funkcia priradzuje vysoké váhy v okolí priemernej hodnoty, pri hodnotách vzdialených od priemeru nie sú váhy úplne nulové.



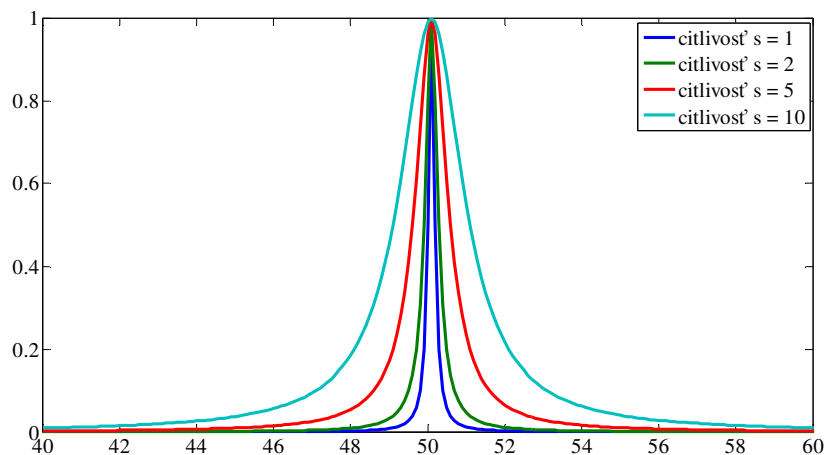
Obr. 1 Priradzovanie váh s využitím funkcie hustoty normálneho rozdelenia v tvare (3).



Obr. 2 Priradzovanie váh s využitím mocninovej funkcie (4).

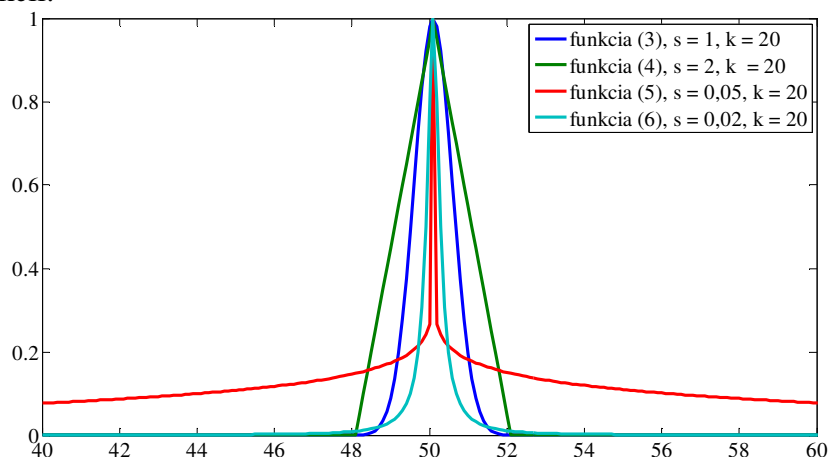


Obr. 3 Priradzovanie váh s využitím trojuholníkovej funkcie (5).



Obr. 4 Priradzovanie váh s využitím zvonovej funkcie (6).

Pre lepšiu ilustráciu na obrázku 5 môžeme vidieť porovnanie priradzovania váh všetkých 4 funkcií.



Obr. 5 Porovnanie priradzovania váh pomocou funkcií (3) – (6).

## 2 ALGORITMUS FILTROVANIA

Algoritmus filtrovania zhrnieme do nasledovných krokov:

### Krok 1. Input: parametre filtrovania a namerané hodnoty, t.j

- citlivosť  $s$ ,
- počet vzoriek  $PocetVzoriek$ ,
- nameraná hodnota v štruktúre poľa  $HodVahy[0, 1, Index]$ , kde pozícia 0 je nameraná hodnota, pozícia 1 je jej priradená váha.

### Krok 2. Nastavenie začiatočných hodnôt na nulovanie súčtov:

- Index nadobúda hodnoty od 0 do  $PocetVzoriek$ , nastavím ho na  $Index = PocetVzoriek - 1$

- V cykle presuniem hodnoty a ich váhy na pozíciu s vyšším indexom

$\text{HodVahy}[0, \text{Index}] = \text{HodVahy}[0, \text{Index}-1],$

$\text{HodVahy}[1, \text{Index}] = \text{HodVahy}[1, \text{Index}-1],$

- Na pozíciu  $\text{Index} = 0$  uložíam aktuálnu hodnotu  $\text{HodVahy}[0, 0] = \text{Vstup}$

- Nastavím súčty na nulu:

$\text{SumHodKrVaha} = 0$

$\text{SumVaha} = 0$

$\text{Index} = 0$

### Krok 3. V cykle vypočítam váhy aktuálnych hodnôt:

- Prepínačom si vyberám metódu na spôsob váženého priemeru (gaussová krivka, mocninová funkcia, trojuholníková funkcia)

- ak si volím Gaussovú krivku:  $\text{PomFloat} = e^{-\frac{(\text{HodVahy}[0, \text{Index}] - \text{Vystup})^2}{s}}$

- ak si volím Mocninovú funkciu :  $\text{PomFloat} = 1 - \left(1 - \frac{\text{HodVahy}[0, \text{Index}]}{\text{Vystup}}\right)^s$

- ak si volím Trojuholníkovú funkciu:  $\text{PomFloat} = 1 - \left|\frac{x - \text{Vystup}}{s}\right|$

- ak si volím Zvonovú funkciu:  $\text{PomFloat} = \frac{1}{1 + \left|\frac{x - \text{Vystup}}{s}\right|^2}$

Na pozíciu  $\text{HodVahy}[1, \text{Index}]$  uložíam počítanú váhu:

$\text{HodVahy}[1, \text{Index}] = \text{PomFloat}$

### Krok 4. Vypočítame nový vážený priemer (a súčasne filtrovanú hodnotu) v premennej Vystup:

Vypočítam čitateľa:

$\text{SumHodKrVaha} = \text{SumHodKrVaha} + \text{HodVahy}[0, \text{Index}] * \text{HodVahy}[1, \text{Index}]$

Vypočítam menovateľa:  $\text{SumVaha} = \text{SumVaha} + \text{HodVahy}[1, \text{Index}]$

Zvýším index:  $\text{Index} = \text{Index} + 1$

### Krok 5: Vypočítam nový vážený priemer:

$\text{Vystup} = \frac{\text{SumHodKrVaha}}{\text{SumVaha}}$

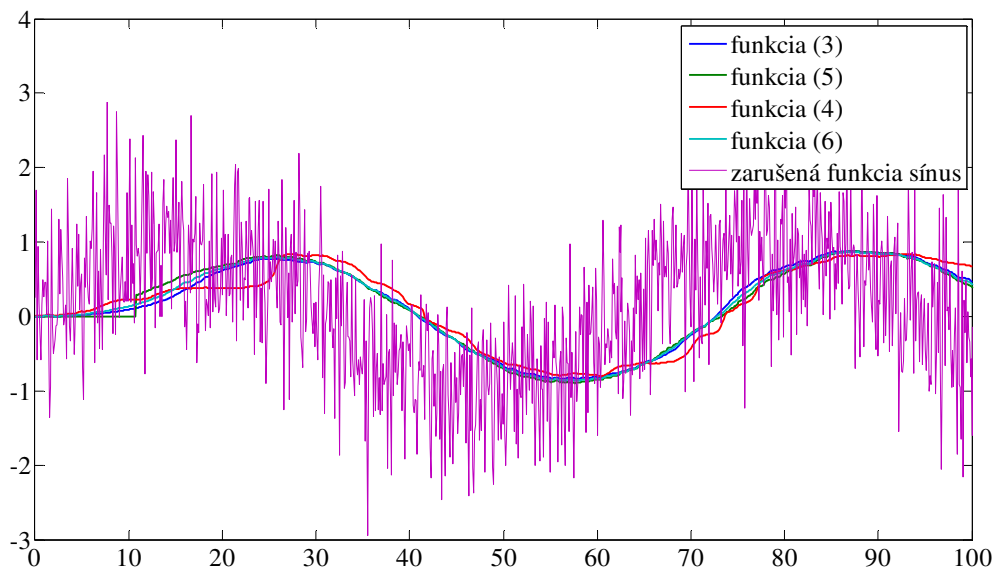
## 3 PROGRAMOVANIE FILTRA A POROVNANIE VÝSLEDKOV

V prostredí MATLAB sme vytvorili program na filtrovanie zdrojových údajov. Pomocou aplikácie môžeme testovať ako reagujú filtre s využitím vzťahov (3), (4), (5) alebo (6) na zarušenie sínusovej funkcie alebo na namerané hodnoty namerané na reálnom zariadení. Výsledky môžeme vidieť na obrázku 6., kde prezentujeme filtrovanie zarušenej sínusovej funkcie s nasledovnými parametrami citlivosti: pri gaussovej funkcii (3) je  $s = 1$ , pri

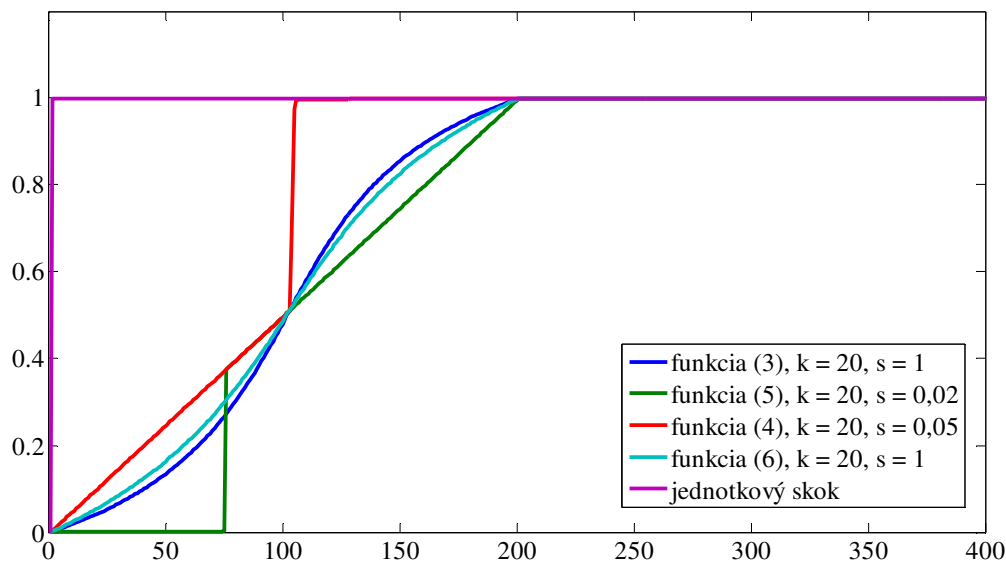


funkcii (4) je  $s = 0,05$ , pri funkcii (5) je  $s = 0,02$  a pri zvonovej funkcii (6) je  $s = 1$ . Počet vzoriek započítaných do váženého priemeru je vo všetkých prípadoch  $k = 20$ .

A nakoniec, na obrázku 7 prezentujeme reakciu filtra na jednotkový skok, čím získavame prechodovú charakteristiku.



Obr. 6 Reakcia filtra na zarušenú funkciu sínus s parametrami ako na obrázku 7.



Obr. 7 Reakcia filtra na jednotkový skok.

#### 4 ZÁVER

Vzhľadom na dosiahnuté výsledky sa ako najvhodnejší javí ten filter, kde sa na výpočet váh využíva funkcia hustoty normálneho rozdelenia. V ďalšej práci sa budeme venovať tomuto návrhu filtrovania a hľadaniu jeho prechodovej funkcie. Ukazuje sa, že matematický model bude možné odhadnúť len aproximáciou prechodovej charakteristiky získanej na základe nameraných filtrovaných hodnôt a problémom bude vybrať takú aproximáciu, aby bolo možné z aproximovanej prechodovej charakteristiky filtra vypočítať jeho Laplaceov obraz a vyšetriť ďalšie vlastnosti.

*Poznámka: Príspevok bol pripravený s podporou Štrukturálnych fondov Európskej únie, operačný program Výskum a vývoj, opatrenie 2.2 Prenos poznatkov a technológií získaných výskumom a vývojom do praxe, projekt „Výskum a vývoj inteligentných systémov riadenia výroby a dodávky tepla na báze biomasy“, ITMS projektu 26220220030.*



*Podporujeme výskumné aktivity  
na Slovensku /  
Projekt je spolufinancovaný  
zo zdrojov ES.*

#### LITERATÚRA

- [1] FIKAR, M., MIKLEŠ, J.: Identifikácia systémov. STU Bratislava, 2010. ISBN 80-227-1177-2.
- [2] KIRILLOV, A. Neural Networks on C#. Available from: [http://www.codeproject.com/KB/recipes/aforge\\_neuro.aspx](http://www.codeproject.com/KB/recipes/aforge_neuro.aspx), Accessed on: 2011-03-12
- [3] Neural Network Toolbox: Design and simulate neural network. Available from: <http://www.mathworks.com/products/neuralnet/>, Accessed on: 2010-06-16.
- [4] PLAČEK, V., ŠULC, B., VRÁNA, S., HRDLIČKA, J., PITEL, J.: Investigation in control of small-scale biomass boilers. In: ICC 2011 : proceedings of the 12th International Carpatian Control Conference : 25-28 May 2011, Velké Karlovice, Czech Republic. IEEE, 2011 P. 312–315. ISBN 978-1-61284-359-9
- [5] RIEČAN, B., LAMOŠ, F., LENÁRT, C.: Pravdepodobnosť a matematická štatistika. In: Alfa, 1983.
- [6] SALOKY, T., LÍŠKA, O., MAXIM, V., ŠEMINSKÝ, J. Some problems of neural information processing. TRANSACTIONS of the VŠB – Technical University of Ostrava, 2007, LII, Nr. 2/2006. pp. 143-148. ISSN 1210-0471
- [7] ŽIDEK, K. – LÍŠKA, O.: Accelerometers Usability for Danger Tilt off-highway Vehicles and Signal Filtration with Kalman Filter. In: Journal of Applied Science in the Thermodynamics and Fluid Mechanics. Vol. 4, no. 2(2010), p. 1-6. ISSN 1802-9388.